

# La concordancia dento-maxilo-mandibular: un nuevo enfoque

Prof. Dr. Luis E. Carbajal Arriaga\*  
Profesor Grado 5 Facultad de Medicina del Uruguay - UDELAR.  
Docente Profesor Área de Investigación IUCEDDU.

## RESUMEN

En 30 casos de oclusión normal obtenidos de una base de datos de nuestro instituto (IUCEDDU), las sumas de los diámetros mesiodistales mandibulares vs. maxilares en cada sector anterior y posterior de la arcada presentan distribución normal bivariada que habilita el ajuste de rectas de regresión ortogonal.

Se genera un programa informático que permite:

(I) visualizar los casos clínicos de discordancia dental maxilomandibular en gráficos de dispersión con contornos y rectas de regresión agregados;

(II) calcular con precisión el monto del defecto y exceso dental en cada sector y la vía más apropiada para su corrección;

(III) manipular los datos simulando diferentes situaciones con fines de orientación clínica.

**Palabras clave:** Discordancia maxilomandibular, índice de Bolton, maloclusión.

## ABSTRACT

Thirty normal occlusion cases are obtained from a database of our institute (IUCEDDU). Sums of the mandibular vs. maxillary mesiodistal diameters of each anterior and posterior sectors of the arch show bivariate normal distributions from which orthogonal regression lines are determined.

A computer program is developed:

(I) to portray clinical cases of maxillomandibular discordance in the setting of a scatterplot with contour and regression lines;

(II) to estimate accurately the amount of both sectoral dental excess and defect and the most appropriate way to correct them;

(III) to manipulate data with clinical purposes assuming different scenarios.

**Keywords:** Toothsize discrepancy, Bolton Index, malocclusion.

---

\*c.e. carbajal@chasque.net

# 1. Introducción

La concordancia dental maxilo-mandibular es un tema central de la ortodoncia que a partir del trabajo original de Bolton<sup>1</sup> ha tenido como indicadores referentes sus índices anterior y total.

Sin embargo, el hecho de que las desviaciones del índice normal deban interpretarse siempre como exceso de una de las arcadas entra en contradicción con aquellas observaciones clínicas que indican lo contrario, es decir, un defecto de la arcada opuesta. Por otra parte, ambos índices superponen información ya que el sector anterior (incisivos y caninos) queda representado por partida doble mientras el posterior (premolares y primer molar) permanece desconocido subsumido en el total.

Los instrumentos informáticos y estadísticos actuales no disponibles por entonces permiten

- un replanteo cuantitativo de la concordancia dental maxilo-mandibular;
- remontarse a los fundamentos del método para una construcción paso a paso.

Tales las propuestas del presente trabajo.

# 2. Método

El punto de partida es la base de datos original del trabajo de DaSilva K y Leiva A<sup>2</sup> que midieron los diámetros dentarios de 30 pacientes adultos (16 varones y 14 mujeres) con oclusión normal.

Los valores representan el promedio de varias mediciones, casi siempre seis en cada pieza dentaria (tres observadores empleando dos instrumentos, calibre y compás).

El análisis estadístico se realizó con el programa R.<sup>3</sup>

### 3. Construcción de un modelo normal

#### 3.1. Definiciones

En cada arcada dentaria (maxilar o mandibular) se definen dos sectores:

**Sector anterior** suma de los diámetros mesiodistales de sus cuatro incisivos y dos caninos.

**Sector posterior** suma de los diámetros mesiodistales de sus cuatro premolares y dos primeros molares.

A los cuales se agregará como control clínico final la

**Arcada dentaria total** suma de los sectores anterior y posterior de cada arcada.

Las **sumas maxilares** se representan por la variable  $x$  y las **sumas mandibulares** por la variable  $u$ .

#### 3.2. La agrupación de las sumas por sector

La fig 1 muestra las distribuciones según arcada y sector de las cuatro sumas y sus coeficientes de correlación: las distribuciones son aceptablemente simétricas y correlacionadas.

Se comprueba que existe mayor correlación entre dos arcadas opuestas que entre dos adyacentes lo que es confirmado por el análisis de conglomerados, análisis jerárquico de las sumas que prioriza al sector sobre la arcada. La fig 2 muestra las sumas agrupadas según este criterio.

#### 3.3. Características de los sectores

Los gráficos de dispersión maxilomandibular por sector (fig 3) muestran que las distribuciones se distinguen por su localización pero no por su escala como indican las medianas y contornos del 50 y 100 % de los datos. Las sumas en cada sector muestran una clara tendencia ascendente (fig 4).

Si se considera las sumas por arcada se puede detectar una diferencia notoria (fig 5): en la arcada maxilar las sumas anterior y posterior se superponen

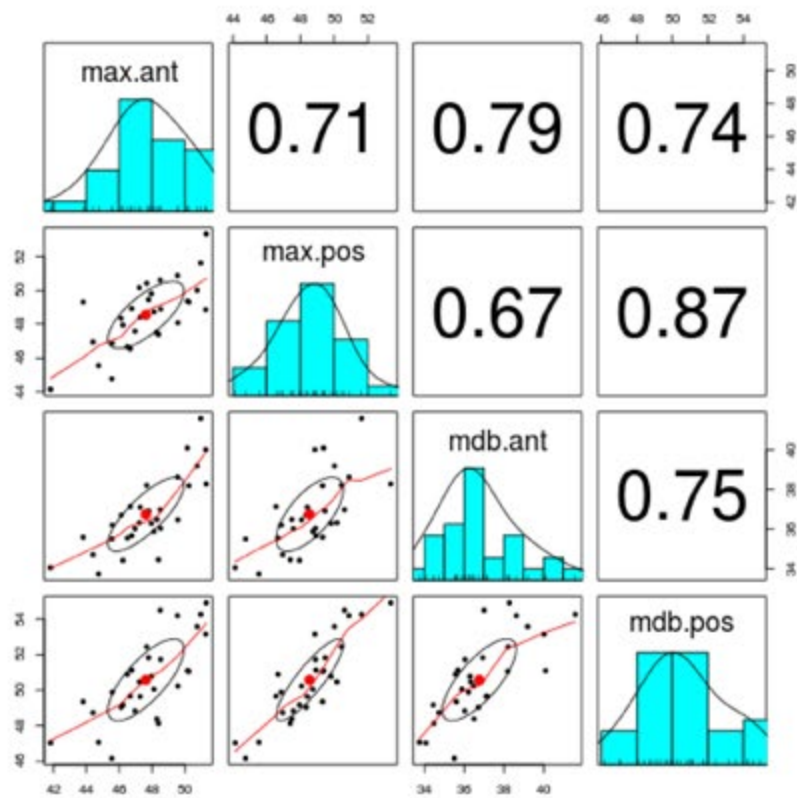


Figura 1: Las cuatro sumas y sus correlaciones

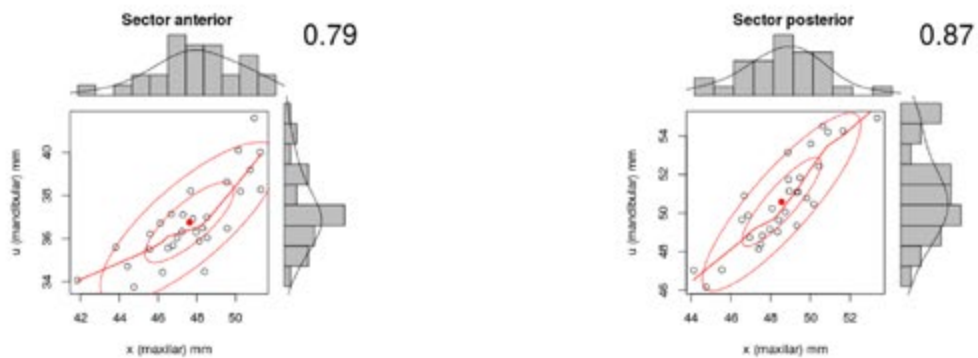


Figura 2: Sumas agrupadas por sectores

ampliamente, a diferencia de la mandibular donde el sector posterior supera por mucho al anterior (primer molar sin contrapeso del incisivo central).

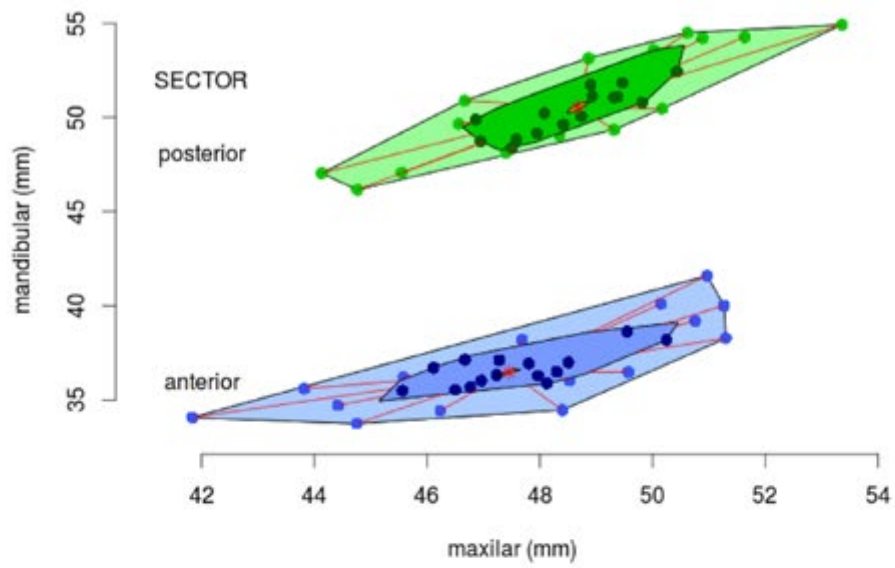


Figura 3: Los dos sectores superpuestos

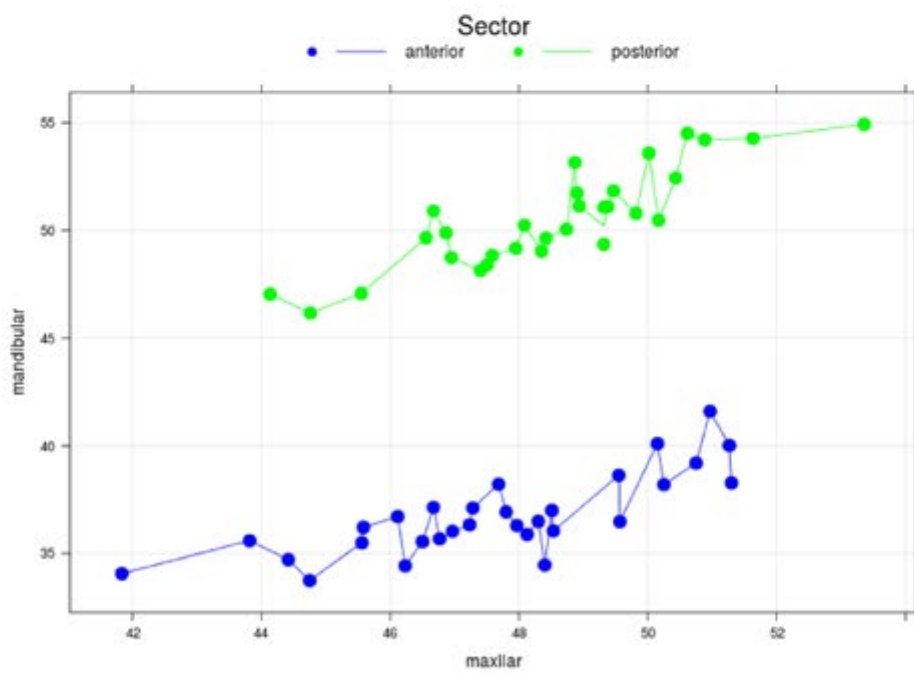


Figura 4: Poligonales de cada sector

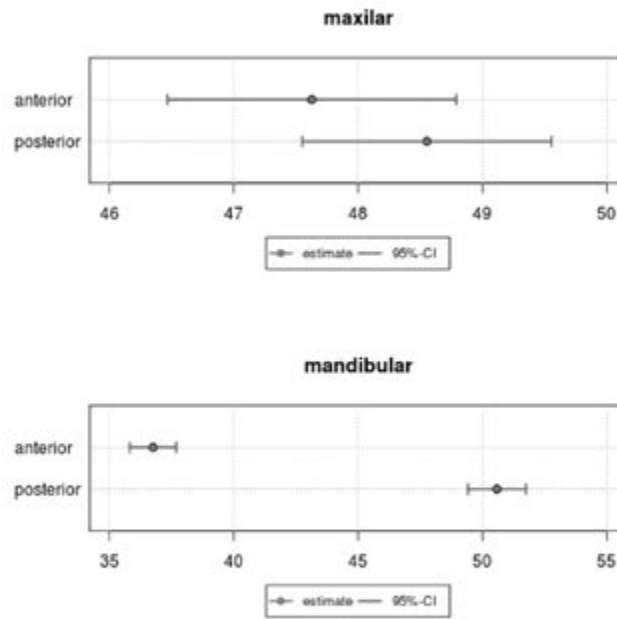


Figura 5: Diferencias sectoriales en cada arcada

### 3.4. Las distribuciones normales

Las curvas de densidad granular de cada una de las cuatro sumas sugieren distribuciones normales (fig 6).

Las campanas tridimensionales también sugieren distribuciones normales (fig 7).

Los contornos de los gráficos de nivel de las binormales muestran el alargamiento e inclinación de las campanas (fig 8).

El test de normalidad multivariada de Royston muestra que efectivamente las distribuciones conjuntas de las sumas en cada sector son compatibles con normales bivariadas (fig 9,  $p_{ant} = 0.40$ ,  $p_{post} = 0.81$ ).

La tabla 1 cuantifica las diferencias ya descritas en la localización de las binormales y confirma las similitudes en su dispersión. Obsérvese que los índices  $u/x$  para las medias muestrales son:

$$anterior = \frac{36.8}{47.6} = 0.773 \quad total = \frac{36.8 + 50.6}{47.6 + 48.5} = 0.909$$

muy próximos a las normas de Bolton de 0.772 y 0.913, respectivamente.

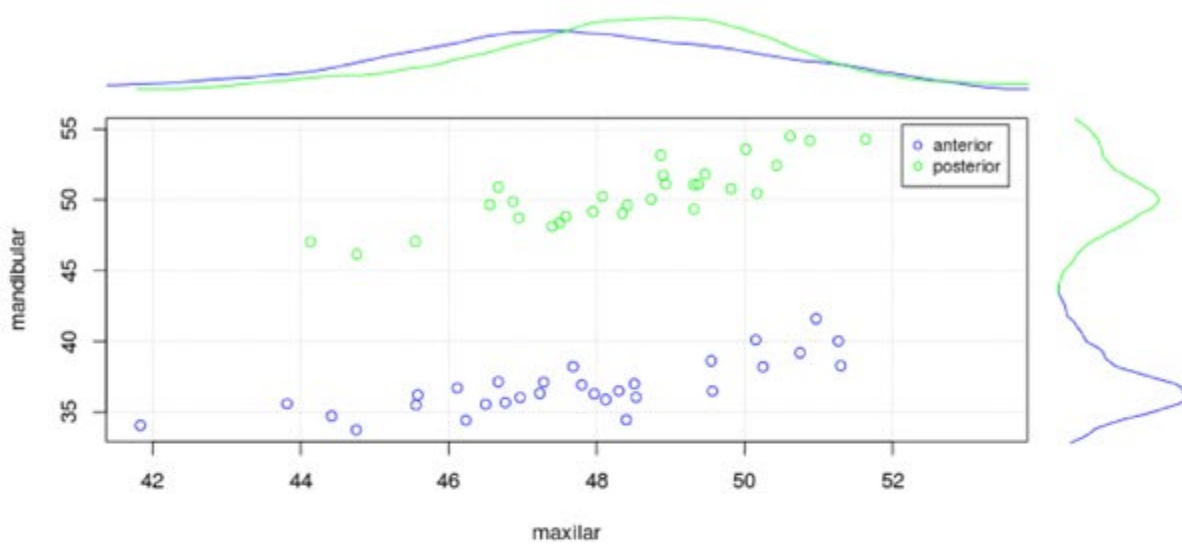


Figura 6: Las cuatro densidades granulares

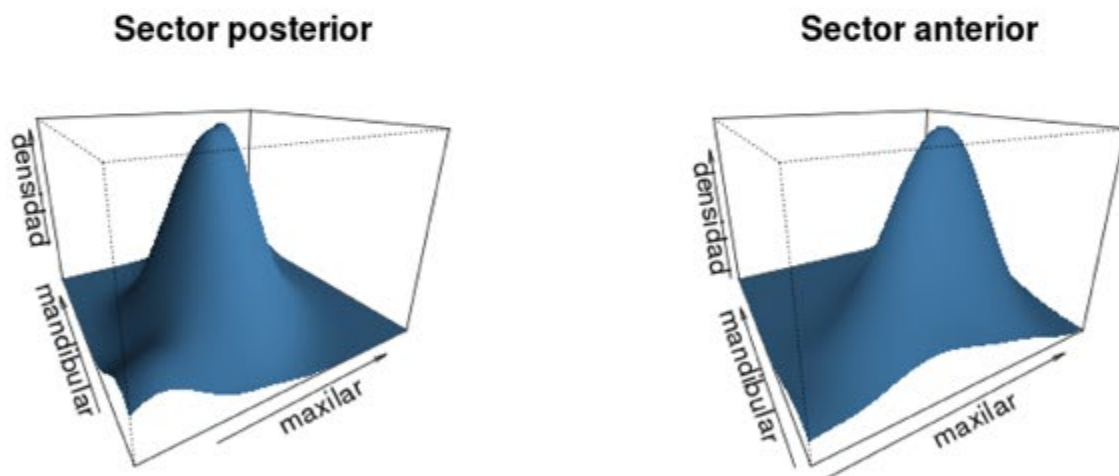


Figura 7: Las campanas normales

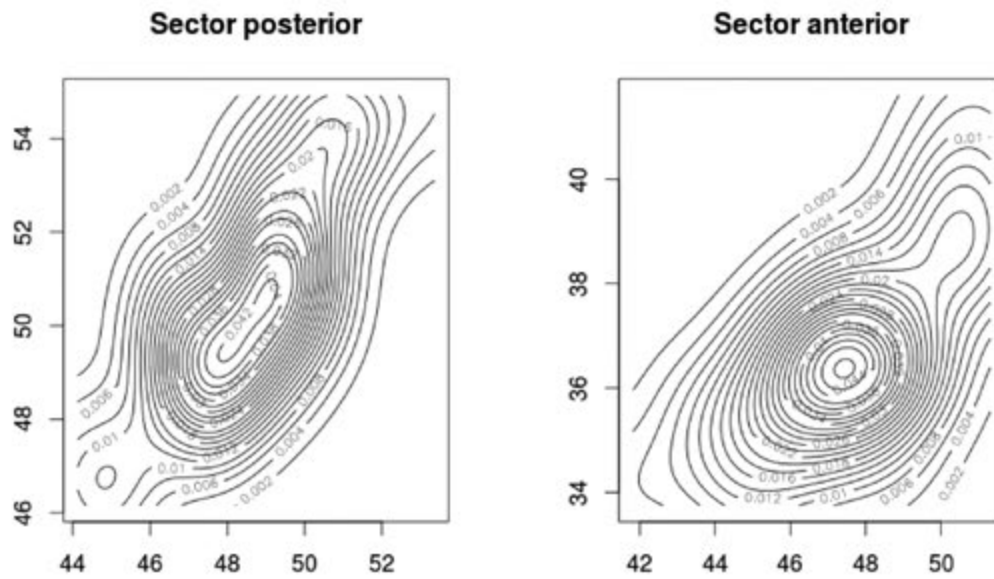


Figura 8: Las campanas vistas desde arriba

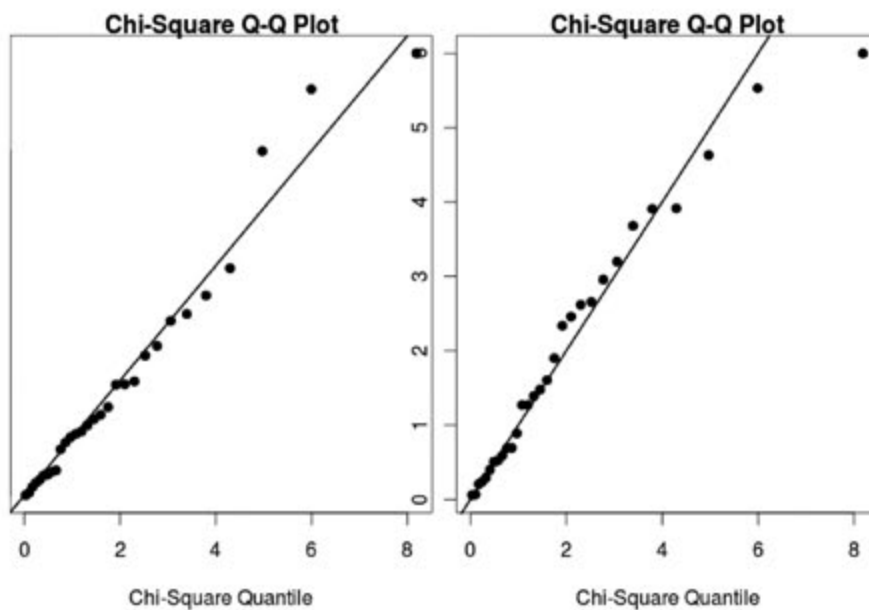


Figura 9: El test de normalidad

### 3.5. Otras propiedades de las sumas

1. Confirmando lo anterior se puede demostrar mediante el test de homogeneidad de varianzas de Bartlett que las cuatro sumas estudiadas no

Sector	Suma	Media (mm)	Desvío (mm)	Correlación (Pearson)
Anterior	maxilar	47.6	2.3	-
	mandibular	36.8	1.9	-
				0.79
Posterior	maxilar	48.5	2.0	-
	mandibular	50.6	2.3	-
				0.87

Tabla 1: Estimación de los parámetros de las binormales

difieren significativamente en sus desvíos típicos.

## 2. El cociente (índice)

$$u/x = \textit{suma mandibular} / \textit{suma maxilar}$$

en cada uno de los sectores anterior y posterior tiene también distribución conjunta compatible con una normal bivariada (test de Royston). Sin embargo, a diferencia de las anteriores, el coeficiente de correlación de Pearson entre los sectores es prácticamente nulo ( $r = 0.16$ ,  $p = 0.39$ ).

El coeficiente de correlación significativo de 0.5 encontrado por Bolton<sup>1</sup> entre los índices total y anterior se explica por la doble presencia de este último sector.

## 3.6. Recapitulando

- Una suma determinada correlaciona mejor con su respectiva opuesta que con su adyacente de arcada.
- La distribución conjunta de las variables *suma maxilar*  $x$ , *suma mandibular*  $u$  en cada sector es compatible con una normal bivariada.
- Sus varianzas marginales no difieren.
- Existe una estrecha correlación entre las variables  $x, u$ .
- Los índices  $u/x$  de cada sector también tienen distribución compatible con una normal bivariada pero en este caso de coeficiente de correlación nulo.

## 4. Los instrumentos del modelo: ajustes lineales

### 4.1. El ajuste ortogonal

Una vez establecido el carácter de distribución normal que asumen las sumas agrupadas por sector es posible realizar un ajuste lineal ortogonal de tipo Deming<sup>4</sup> que a diferencia de los habituales:

- no toma ninguna de las variables como referencia;
- considera que ambas  $x, u$  tienen errores (en este caso, de la misma magnitud);
- ajusta la recta  $u = a + bx$  que hace mínima las distancias de los puntos medidas en dirección perpendicular a ella (y no a los ejes).

### 4.2. Los ajustes en cada sector

La fig 10 muestra los tres gráficos de dispersión  $u$  vs.  $x$  de los sectores anterior, posterior y de la arcada total con los ajustes lineales tipo Deming.

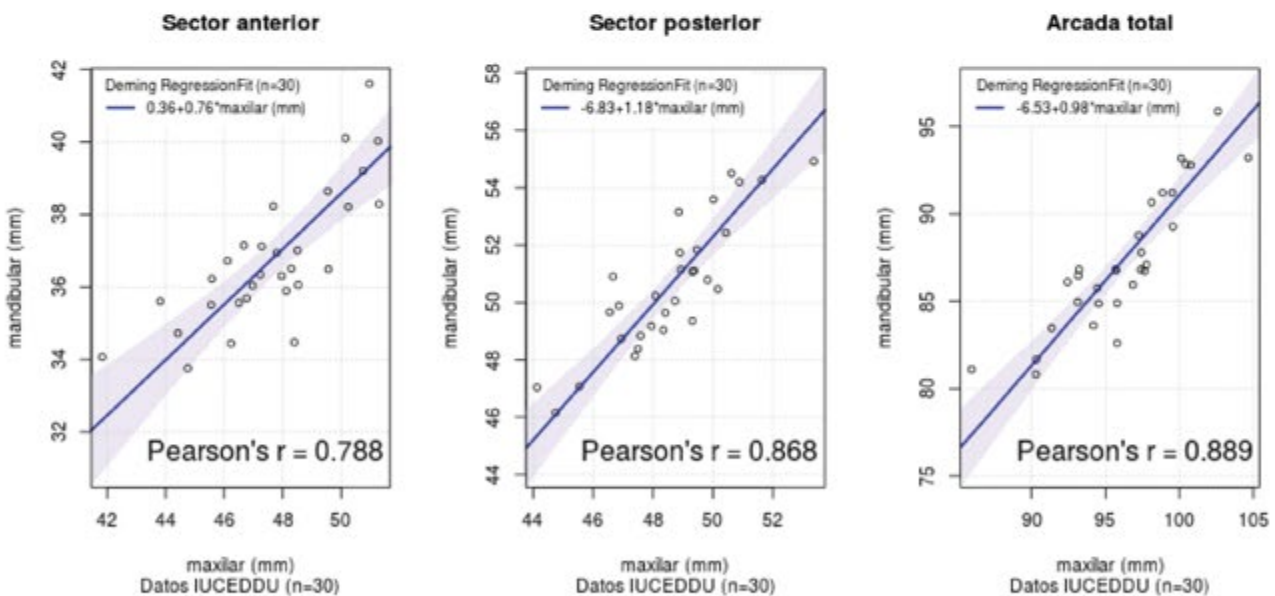


Figura 10: Los tres ajustes

Se comprueba que el sector posterior supera al anterior en longitud mandibular tanto más cuanto mayor la arcada (pendientes de 1.18 y 0.76, respectivamente, comparar con fig 4).

Los intervalos de confianza del 95 % de los estadísticos de los ajustes en los tres casos (fig 11) muestran que las ordenadas en el origen no difieren significativamente de cero y que el contraste mayor de las pendientes se da entre los sectores anterior y posterior.

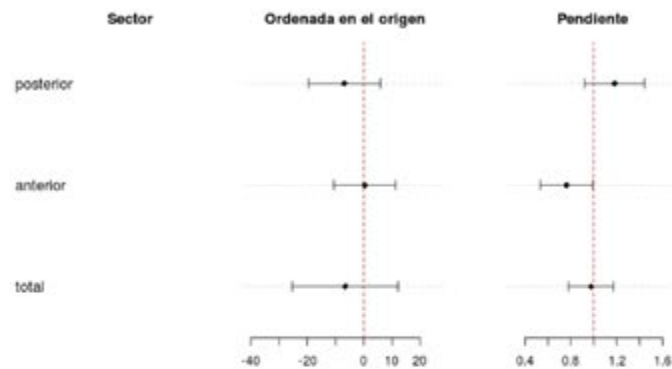


Figura 11: Intervalos de confianza de los estadísticos de los ajustes

### 4.3. Los ajustes y las normas de Bolton

La columna mandibular en las tablas del índice total y anterior del trabajo original de Bolton<sup>1</sup> se construye multiplicando la columna maxilar por 0.913 y 0.772, respectivamente. Existe, por lo tanto una función lineal implícita:

- Las normas (oclusiones excelentes) anterior y total de Bolton presuponen una proporcionalidad directa entre las  $u$  y las  $x$  representables por rectas  $u = bx$  que pasan por el origen ( $a = 0$ ).
- Sus tablas pueden ser sustituidas por las expresiones ( $x$  en mm):
  - $u = 0.913x$ ,  $85 \leq x \leq 110$  para el índice total;
  - $u = 0.772x$ ,  $40 \leq x \leq 55$  para el índice anterior

La fig 12 superpone la representación gráfica de las normas de Bolton a los datos y ajustes lineales IUCEDDU. En el rango útil las pendientes (normas o índices de excelencia) de Bolton prácticamente coinciden con las del presente estudio.

Sin embargo la coincidencia entre ambos abordajes no debe pasar por alto que:

## La serie IUCEDDU y las normas de Bolton

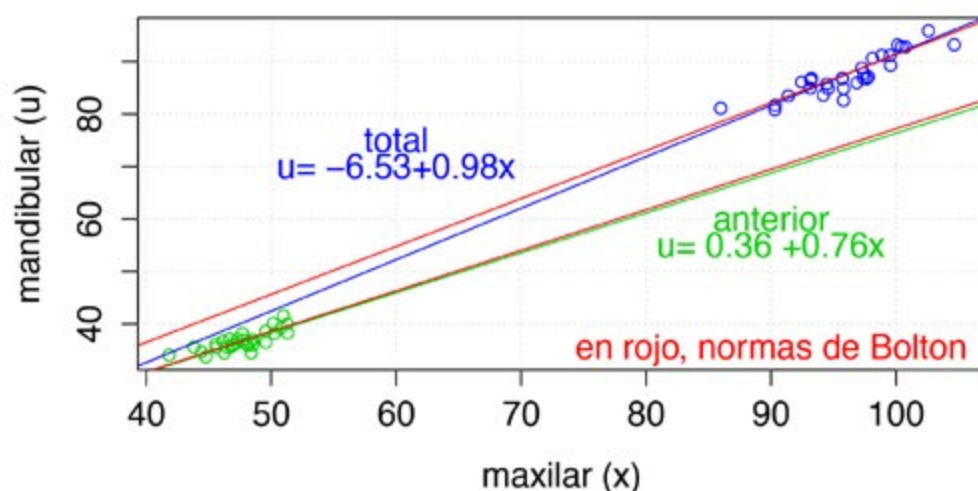


Figura 12: Coincidencias entre dos abordajes

- En la presente propuesta el índice total queda relegado al papel secundario de control final ya que repite en buena medida al índice anterior.
- El índice posterior en cambio no se correlaciona con el anterior y por tanto aporta más información que el índice total.

## 5. El método gráfico

### 5.1. Dispositivos

#### 5.1.1. Bases

En el procedimiento que se propone no es necesario el cálculo de los índices  $u/x$ : alcanza con ubicar las cuatro sumas en un gráfico como el de la fig 13 con recta de ajuste, baricentro y elipses de concentración del 50 y 95 %.

La fig 14 ilustra que un punto no situado en la recta de ajuste puede ser referido a esta mediante las siguientes tres distancias:

- la discordancia  $d$  perpendicular a la recta;
- la distancia maxilar  $d_x$  horizontal;
- la distancia mandibular  $d_u$  vertical.

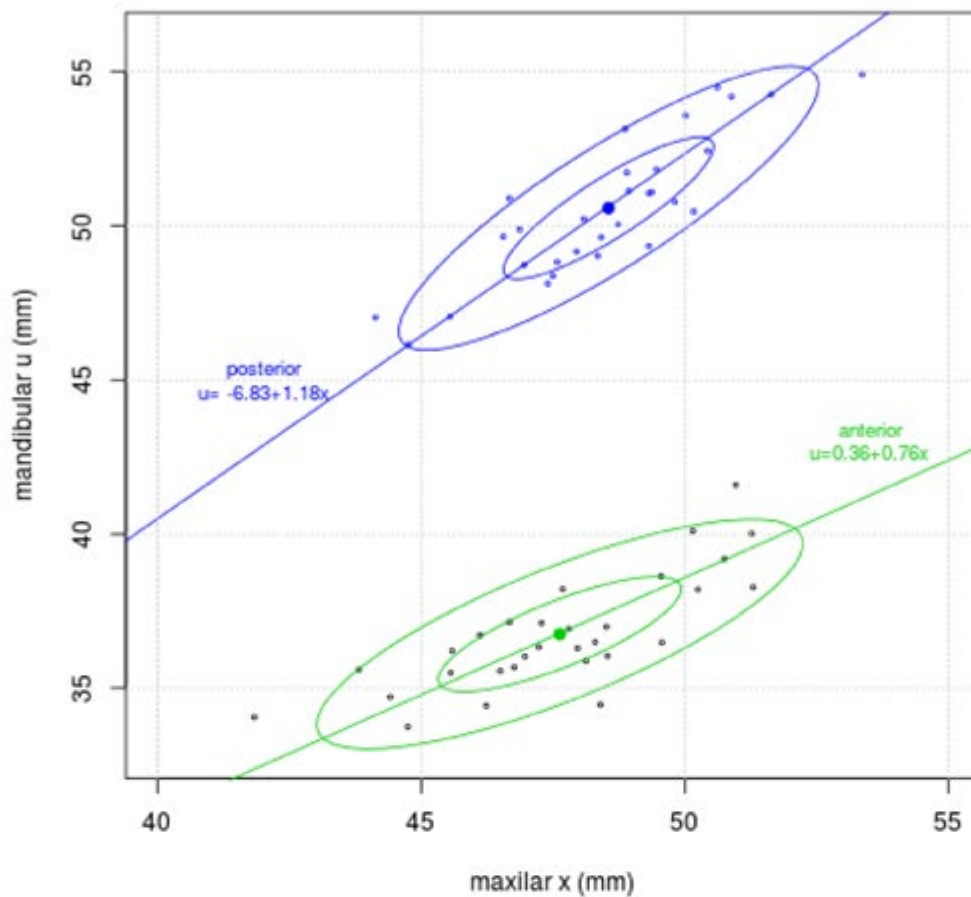


Figura 13: Los datos IUCEDDU como referencia

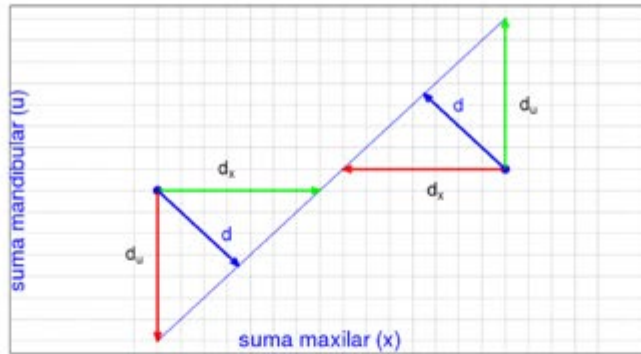
A su vez, según la situación del punto, la distancia maxilar puede estar situada a la derecha de la recta (exceso) o a la izquierda (defecto) en tanto la mandibular puede estar situada por encima (exceso) o por debajo (defecto). En todo caso, un defecto en una arcada dental irá forzosamente siempre acompañado de (es equivalente a) un exceso en la opuesta.

### 5.1.2. Cálculos

Las distancias (diferencias)  $d_{\bullet}$  en coordenadas cartesianas del punto  $P_i(x_i, u_i)$  con la recta de ajuste  $u = a + bx$  pueden ser calculadas fácilmente (fig 15):

$$\begin{aligned} \text{diferencia mandibular} &= d_u = u_i - u(x_i) = u_i - (a + bx_i) \\ \text{diferencia maxilar} &= d_x = x_i - x(u_i) = x_i - (u_i - a)/b \end{aligned}$$

Cada discordancia  $d$  implica un exceso y un defecto cartesianos



Exceso en rojo, defecto en verde

Figura 14: Las tres distancias

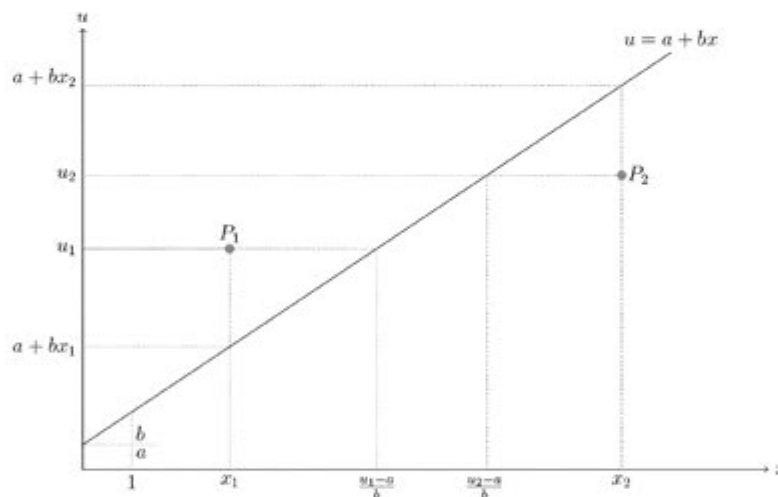


Figura 15: Cálculo de las diferencias cartesianas

El signo de la diferencia puede ser positivo o negativo lo que indica respectivamente la presencia de un exceso o un defecto.

A partir de las diferencias maxilar  $d_x$  y mandibular  $d_u$  se puede calcular la discordancia  $d$  perpendicular a la recta  $u = a + bx$ :

$$d = \frac{d_u}{\pm\sqrt{1+b^2}} = \frac{bd_x}{\pm\sqrt{1+b^2}} = \frac{d_x \cdot d_u}{\pm\sqrt{d_x^2 + d_y^2}}$$

- Se sigue que en coordenadas cartesianas el signo de  $d$  (la asignación de un exceso o defecto) es arbitrario.

- Los gráficos muestran y el álgebra confirma que las  $|d_{\bullet}| = k|d|$  exageran la discordancia  $d$  según los siguientes coeficientes de amplificación  $k = k(b)$  (tabla 2):

Sector	$d_x$	$d_u$
Anterior	1.65	1.26
Posterior	1.31	1.55
Arcada total	1.43	1.40

Tabla 2: Excesos y defectos amplifican la discordancia

Hecha esta advertencia, en lo sucesivo se prescindirá de la discordancia ya que la clínica opera con las diferencias directamente accesibles maxilares o mandibulares.

La pendiente del ajuste es el cociente  $b = |d_u/d_x|$  de las diferencias (sean excesos o defectos): el ejemplo de la fig 16 muestra cómo en el sector anterior la menor diferencia a la recta es mandibular ( $0.76 \approx 4.6/6$ ) mientras que en el posterior es maxilar ( $1.18 \approx 7.1/6$ ).

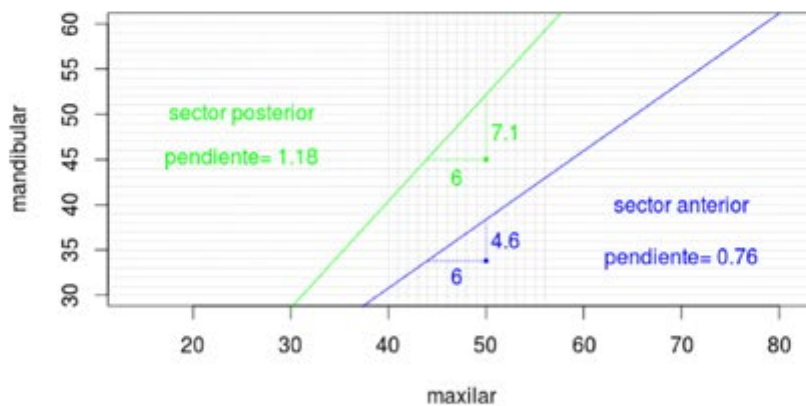


Figura 16: El camino más corto

### 5.1.3. Replanteos

#### 5.1.3.1. El presente abordaje implica un replanteo del índice:

**Planteo clásico** Interpreta toda alteración del índice como exceso relativo de material dentario pero a la vez, curiosamente, destaca su incapacidad para demostrar la existencia de un defecto (ver por ejemplo [Ref. 5, p67]).

**Planteo correcto** El exceso de material dentario tanto en una arcada como en otra se acompaña siempre del defecto en la antagonista, más allá de toda interpretación.

El índice generalmente aclara dónde está uno y dónde el otro (estrictamente, cuando  $a = 0$  como en las normas de Bolton).

### 5.1.3.2. El presente abordaje implica una relectura del índice:

$$\text{Índice } u/x = \frac{\text{suma mandibular}}{\text{suma maxilar}}$$

Lectura	$u/x$ mayor que la norma	$u/x$ menor que la norma
Clásica	exceso de $u$ respecto de $x$	exceso de $x$ respecto de $u$
Correcta	exceso de $u$ con defecto de $x$	defecto de $u$ con exceso de $x$
Gráfica ( $a=0$ )	punto entre la recta y el eje $u$	punto entre la recta y el eje $x$

Exceso y defecto son las dos caras de la discordancia.

**5.1.3.3. Corregir el exceso o el defecto** Ya que exceso y defecto coexisten en todos los casos se plantea el interrogante de cuál abordar prioritariamente. Para esto se requiere una **referencia** externa que oriente el tipo de corrección a efectuar de tal manera que la solución final sea la que más se le aproxime.

Se destacan dos procedimientos según la referencia se encuentre o no en el ángulo recto formado por el exceso y el defecto

**Referencia no comprendida por  $\widehat{d_x d_u}$**  En este caso la solución es inmediata como lo sugiere la fig 17.

**Referencia comprendida en  $\widehat{d_x d_u}$**  Si defecto y exceso abarcan la referencia su corrección aislada puede alejar la solución, lo que se evita actuando sobre ambos a la vez (fig 18).

### 5.1.3.4. Replanteando el alcance del índice $u/x$

**El índice capcioso** Se le confiere al índice un potencial de error (incapacidad de detectar un defecto) que en realidad es fruto de la interpretación que de él se hace (ver por ejemplo [Ref. 5, p67] a propósito de incisivos conoides retomados en la fig 22).

El punto de referencia  $P$  sugiere corregir, según el caso, el ...

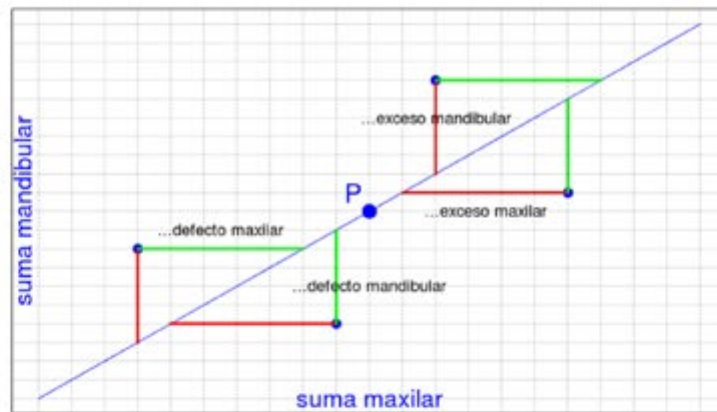


Figura 17:  $P$  fuera del triángulo: corrección simple

El punto de referencia  $P$  sugiere en cada caso corrección doble...

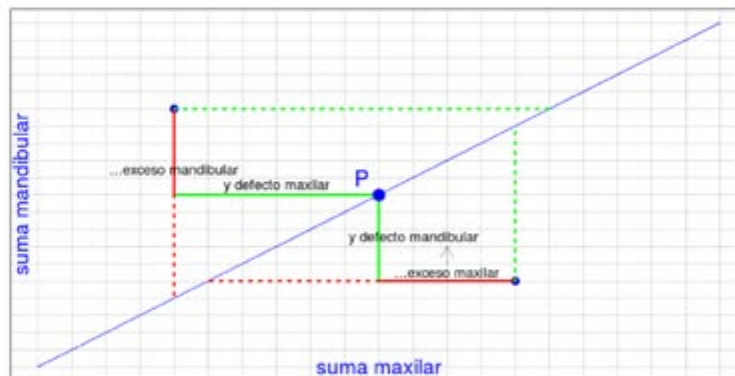


Figura 18:  $P$  en el triángulo: corrección doble

**El índice veraz y limitado** El índice por sí solo no puede distinguir la realidad primaria de un exceso o defecto; esto se logra únicamente incorporándole una referencia.

## 5.2. La función *diagnosis*

El motivo central de la presente propuesta es la presentación de la función *diagnosis* elaborada en código R.<sup>3</sup>

### 5.2.1. La entrada de la función

La función *diagnosis* posee cuatro argumentos, las sumas en mm de:

$$\begin{aligned} \textit{maxilar anterior} &= 47.6 \\ \textit{maxilar posterior} &= 48.5 \\ \textit{mandibular anterior} &= 36.8 \\ \textit{mandibular posterior} &= 50.6 \end{aligned}$$

Tiene incorporados como valores nativos las medias de los datos IUCEDDU, automáticamente sustituidos por los de una nueva entrada.

Las cuatro sumas se deberán introducir en el orden indicado.

### 5.2.2. La salida de la función

La función *diagnosis* devuelve el caso clínico en estudio como:

- **Tres marcas puntuales** de color rojo en sendos diagramas de dispersión (anterior, posterior y total) de los datos de referencia de IUCEDDU :
  - Las nubes de puntos binormales se acompañan de sus baricentros, intervalos de confianza del 50 y 95 % y rectas de ajuste.
  - Las rectas cumplen la función de las normas clásicas.
- **Seis medidas** en mm de las diferencias  $d_{\bullet}$  correspondientes a las cuatro sumas introducidas en el orden indicado más las de la arcada total:
  - $MaxAnt$ ,  $MaxPos$ ,  $MdbAnt$ ,  $MdbPos$ ,  $MaxTot$ ,  $MdbTot$ ,
  - con su signo + o - de exceso o defecto, respectivamente.

### 5.2.3. La geometría de la función

Al correr la función *diagnosis()* sin argumentos se generan gráficos con los datos nativos (fig 19). Repárese en que las grillas representan siempre cuadrados de 1 mm de lado.

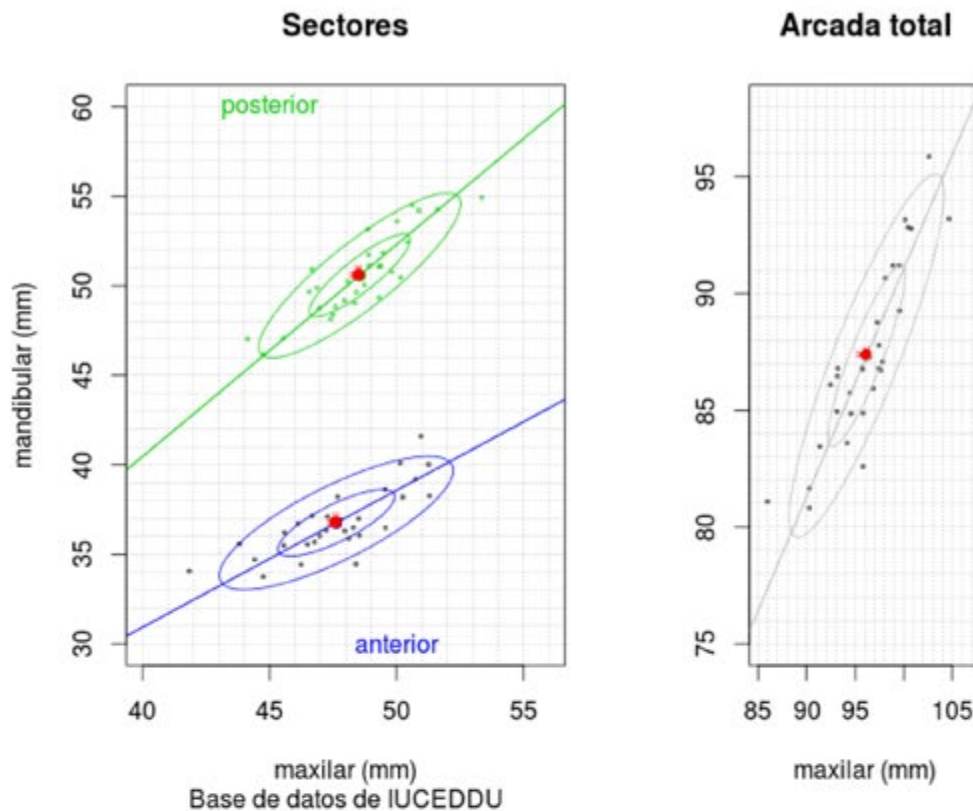


Figura 19: Los gráficos de la función *diagnosis*

#### 5.2.4. Los referentes de la función

Baricentros y elipses conforman las referencias para actuar sobre el exceso o el defecto o ambos, como en este ejemplo hipotético del sector anterior (fig 20, donde se omite el sector posterior y la arcada total).

### 5.3. Ejemplos

Los referentes IUCEDDU del presente estudio no aspiran a ser universales: cada grupo de trabajo puede generar los suyos propios construyendo los modelos adecuados a su entorno. En los ejemplos que siguen son usados con propósitos meramente ilustrativos.

Un **primer ejemplo** (fig 21) aplica la función al segundo caso del trabajo de Bolton:

*diagnosis*(52, 53, 36, 51).<sup>1</sup>

Es inmediato el doble exceso maxilar. Se agregan los valores numéricos dados por la función (véase que los sectoriales no siempre suman el total):

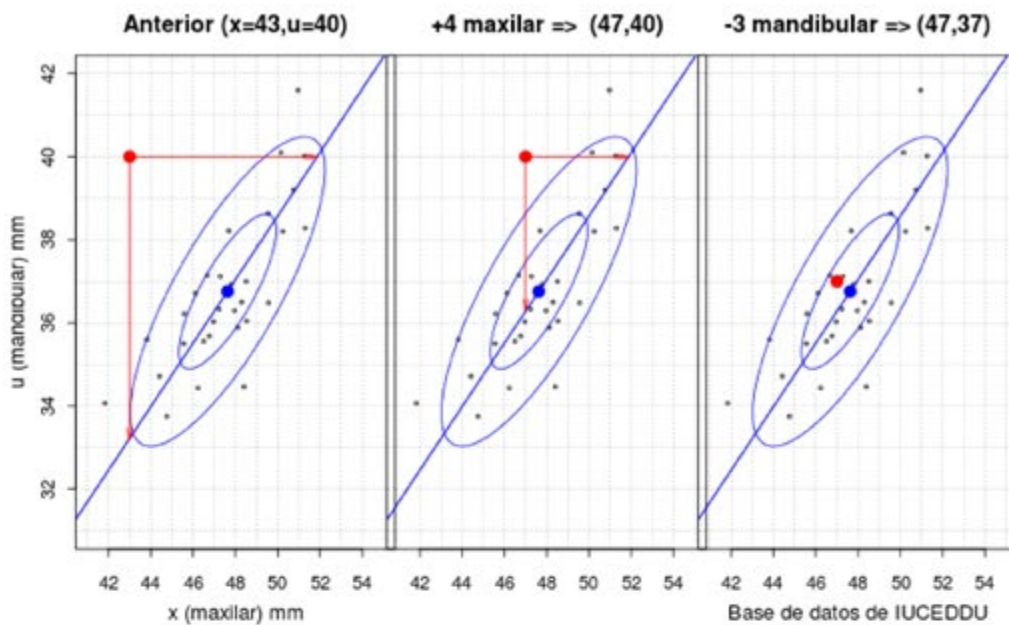


Figura 20: Los referentes como puntos de llegada

$MaxAnt = 5.4$ ,  $MaxPos = 4.1$ ,  $MdbAnt = -4.1$ ,  $MdbPos = -4.8$ ,  
 $MaxTot = 9.2$ ,  $MdbTot = -8.9$

Un **segundo ejemplo** (fig 22) aplica la función a un caso de incisivos laterales superiores conoides:

*diagnosis*(40.5, , 37.1, ) [Ref. 5, p70].

Los datos del sector posterior se dejan en blanco. Los valores de las diferencias dados por la función son

$MaxAnt = -7.6$ ,  $MdbAnt = 5.8$ ,  $MaxTot = -7.5$ ,  $MdbTot = 7.4$ ,  
 que la elipse adscribe al defecto maxilar (y no al exceso mandibular).

Un **tercer ejemplo** (fig 23) aplica la función a un caso de macrodoncia de incisivos superiores:

*diagnosis*(54.5, , 38.2, ) [Ref. 5, p72].

Los datos del sector posterior se dejan en blanco. Los valores de las diferencias dados por la función son

$MaxAnt = 5$ ,  $MdbAnt = -3.8$ ,  $MaxTot = 5.3$ ,  $MdbTot = -5.2$ ,  
 que la elipse adscribe a un exceso maxilar.

Un **cuarto ejemplo** (fig 24) aplica la función a un caso de defecto en un sector con exceso en el otro:

*diagnosis*(48.5, 48.5, 36.5, 47.5).<sup>6</sup>

En este caso, interpretado originalmente como exceso maxilar total de 5 y

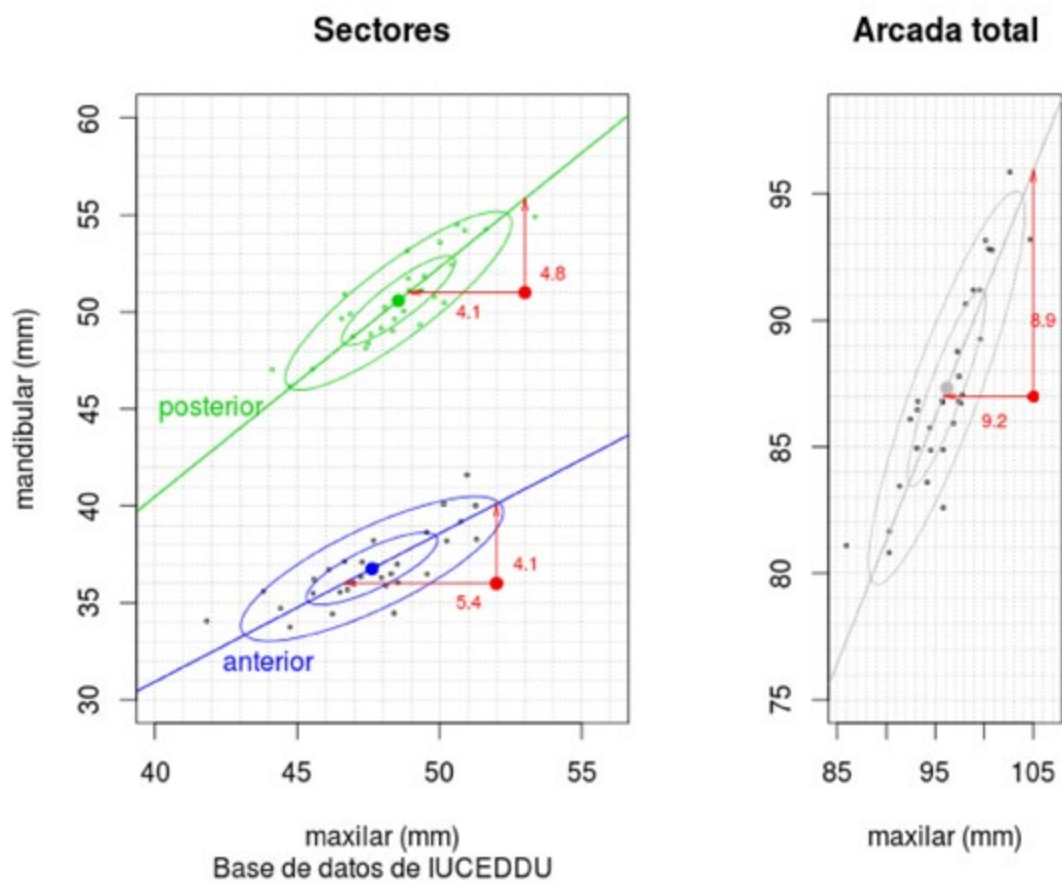


Figura 21: Segundo caso de Bolton

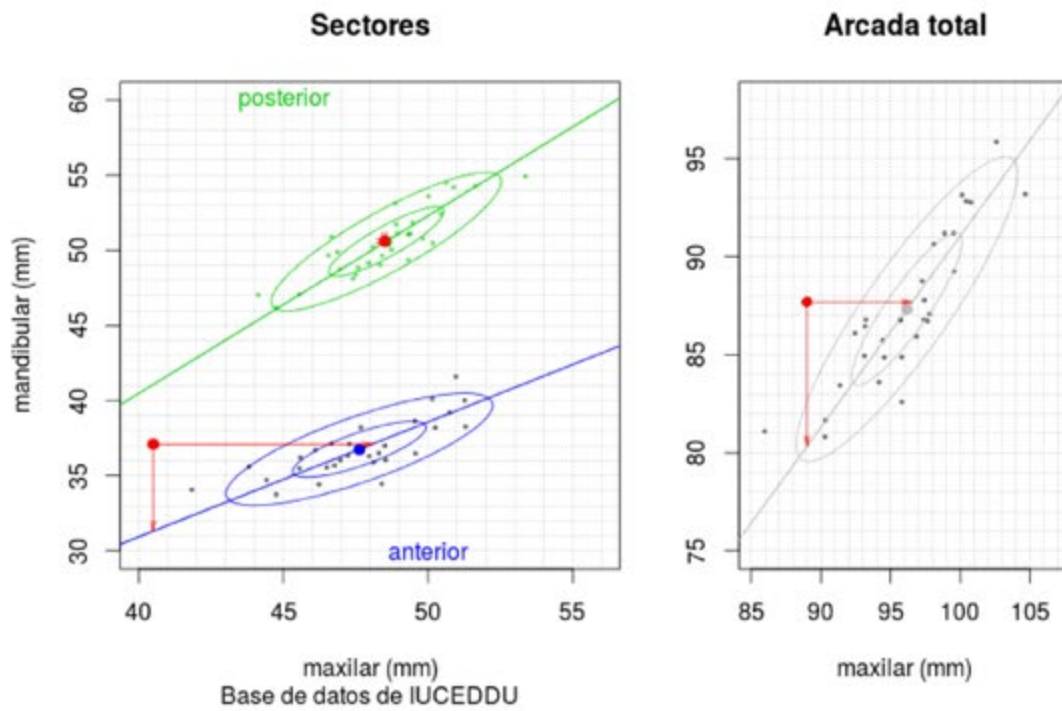


Figura 22: Incisivos laterales superiores conoides

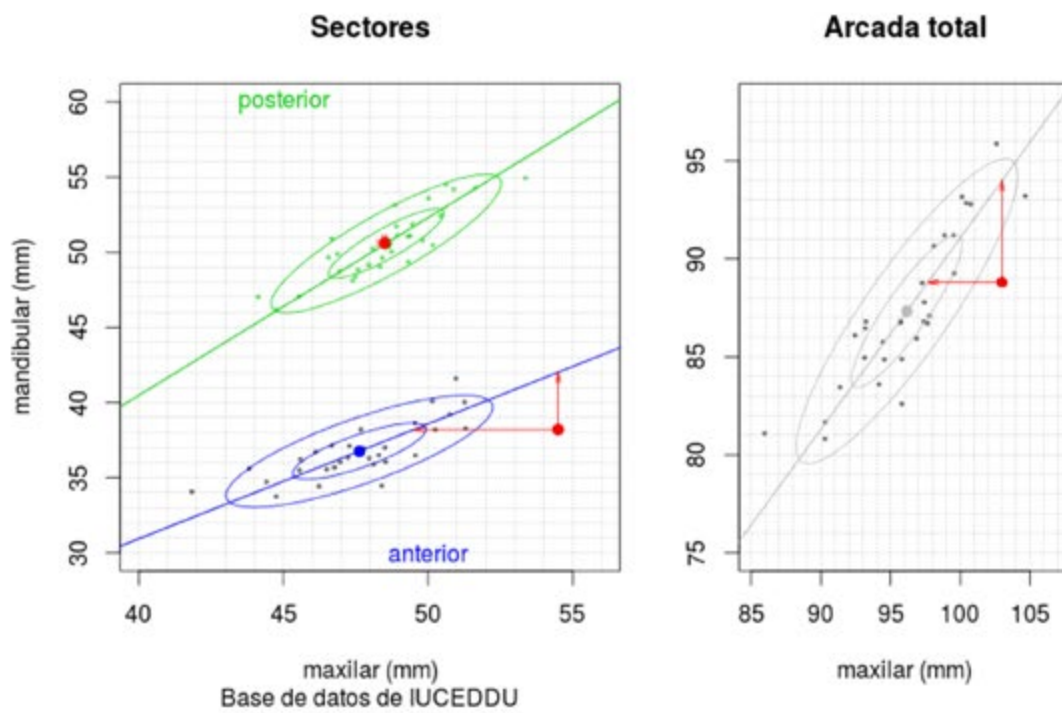


Figura 23: Macrodoncia de incisivos superiores

anterior de 1, la función revela un exceso maxilar anterior ( $MaxAnt = 1.2$ ) con defectos mandibulares posterior ( $MdbPos = -3.0$ ) y total ( $MdbTot = -4.1$ ).

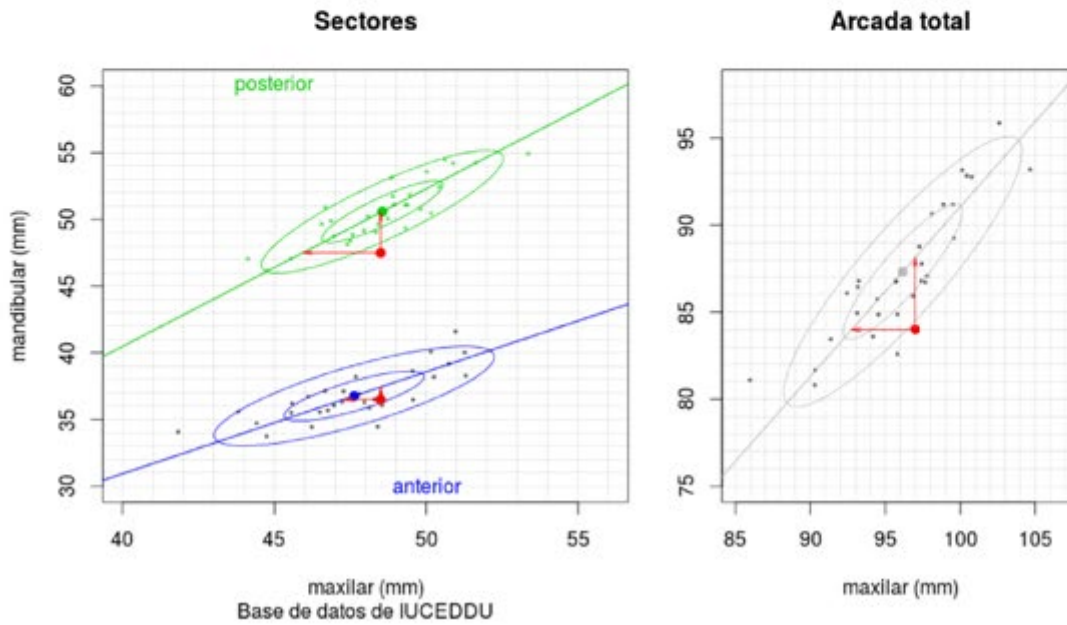


Figura 24: Un caso de defecto en un sector con exceso en el otro

Un **quinto y último ejemplo** (fig 25) aplica la función a un caso hipotético:

*diagnosis*(45, 53, 39, 50).

Estos datos fraguados muestran cómo el índice total puede encubrir diferencias sectoriales.

Este ejemplo y las fig 18 y 20 muestran simulaciones que pueden facilitar abordajes clínicos diagnósticos y terapéuticos

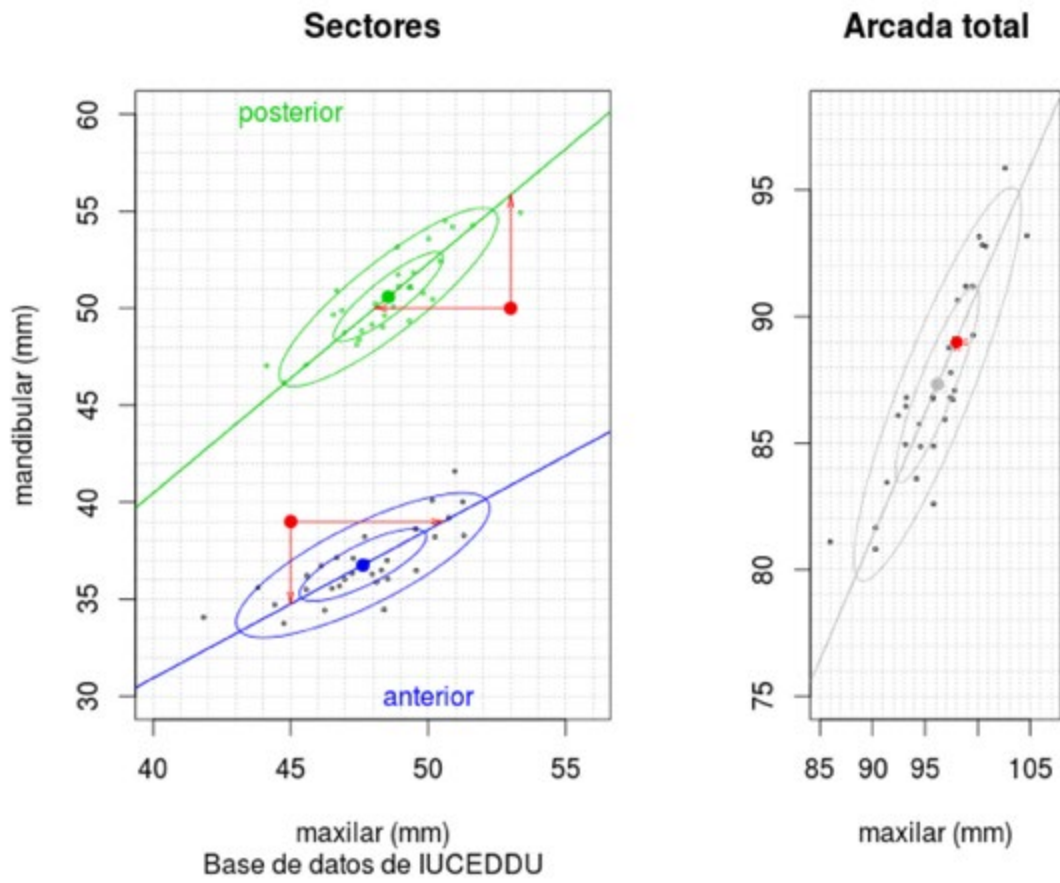


Figura 25: Un índice total normal podría encubrir anomalías

## Referencias

- [1] Bolton WA. Disharmony in tooth size and its relation to the analysis and treatment of malocclusion. *Angle Orthodontist*. 1958;28(3):113–130.
- [2] DaSilva K, Leiva A. Estudio preliminar del índice de Bolton. In: III Jornadas de ortopedia dento-maxilo-facial. IUCEDDU; 2004. .
- [3] R Core Team. R: A Language and Environment for Statistical Computing. Vienna, Austria; 2015. Available from: <http://www.R-project.org/>.
- [4] Manuilova E, Schuetzenmeister A. mcr: Method Comparison Regression. andre.schuetzenmeister@roche.com; 2014. R package version 1.2.1. Available from: <http://CRAN.R-project.org/package=mcr>.
- [5] Gregoret J. Ortodoncia y cirugía ortognática: diagnóstico y planificación. Espaxs, editor. Barcelona: Publicaciones médicas; 1998.
- [6] DosSantos R, Pithon M. Discrepancia dentaria de Bolton y finalización de ortodoncia: consideraciones clínicas. *Int J Odontostomat*. 2010;4(1):93–100.

## Agradecimientos

El autor agradece el apoyo brindado por el Instituto Universitario CEDDU, su cuerpo docente y sus alumnos de posgrado con los cuales tuvo la oportunidad de discutir muchos de los temas aquí expuestos.

## Conflicto de intereses

El autor es médico y su única actividad es docente, en IUCEDDU y en la Universidad de la República.